13. Функциональная грамотность младшего школьника: книга для учителя / Н. Ф. Виноградова, Е. Э. Кочурова, М. И. Кузнецова [и др.] ; под редакцией Н. Ф. Виноградовой. — Москва : Российский учебник : Вентана-Граф, 2018. — 288 с. — ISBN 978-5-360-09871-3.

14. *Шамов, А. Н.* Функциональная грамотность учителя иностранного языка и ее место в образовательных парадигмах и подходах / А. Н. Шамов // Нижегородское образование. — 2021. — № 1. — С. 23—30.

15. *Яшина, Н. Ю.* Контроль и оценивание достижений планируемых результатов по учебному предмету «Родной язык (русский)» / Н. Ю. Яшина // Школьные технологии. — 2022. — № 1. — С. 104—114.

16. *Яшина, Н. Ю.* Культура речи педагога — основа коммуникативной компетентности младших школьников / Н. Ю. Яшина // Язык и мир человека: грани познания : монография / Р. Ш. Мошнина, Т. Г. Крапотина, О. И. Александрова [и др.] ; под редакцией Р. Ш. Мошниной, Т. Г. Крапотиной. — Москва : Планета, 2020. — С. 246—249.

ОБУЧЕНИЕ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В УСЛОВИЯХ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ *

Р. Ю. КОСТЮЧЕНКО,
кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике ОмГПУ (Омск)
kryu@bk.ru

Статья посвящена моделированию содержательного компонента как основной составляющей методики обучения школьников решению тригонометрических уравнений в контексте использования различных моделей смешанного обучения. В исследовании, предпринятом автором, все тригонометрические уравнения делятся на три группы в соответствии с их видом. Это позволило систематизировать данный класс трансцендентных уравнений, сопоставить методы решения и установить конкретные требования к освоению решения уравнений определенных видов. На основе выстроенной

* Статья подготовлена в рамках реализации ГЗ на выполнение прикладной НИР по теме «Методика преподавания математики в общеобразовательной организации с учетом реализации моделей смешанного обучения» (дополнительное соглашение Минпросвещения России и ФГБОУ ВО «ОмГПУ» № 073-03-2022-035/2).

таким образом классификации описываются связи между различными группами уравнений и разными моделями смешанного обучения.

The article concerns the modeling of the content component as the main constituent of the methodology of teaching schoolchildren to solve trigonometrical equations in the context of using different models of blended learning. In the study undertaken by the author, all trigonometric equations are subdivided into three groups according to their type, which makes it possible to classify this class of transcendental equations, correlate solution methods, and determine specific requirements for mastering the solution of equations of particular kinds. Thus, the classification has been constructed to describe the relationships between different groups of equations and different models of blended learning.

Ключевые слова: *методика обучения математике, обучение математике, тригонометрия, тригонометрические уравнения, решение тригонометрических уравнений, алгоритмический подход, смешанное обучение*

Keywords: *mathematics teaching methodology, mathematics teaching, trigonometry, trigonometric equations, solving trigonometric equations, algorithmic approach, blended learning*

Методика обучения математике не является статичной. Она развивается, совершенствуется, и во многом современное ее развитие является отражением научно-технического прогресса. В традиционно устоявшейся паре «учитель — ученик» возникает третий компонент — «компьютер». Происходит перераспределение ролей. В практике и теории обучения появляется новое понятие — «смешанное обучение», в котором «сочетаются очное и электронное обучение с возможностью самостоятельного выбора учеником времени, места, темпа и траектории обучения» [20, с. 10—11].

Вполне понятно, что изменение форм обучения влияет и на остальные компоненты методической системы обучения, в том числе и на содержание обучения, которое рассматривается нами в теме «тригонометрические уравнения». Поэтому наше исследование в большей мере посвящено содержанию обучения школьников решению тригонометрических уравнений в условиях смешанного обучения. На наш взгляд, здесь содержательный компонент превалирует над компонентом процессуальным. Это связано с тем, что старшеклассники, в отличие от учащихся основной школы, уже умеют планировать и организовывать свою деятельность, и для обучения им нужен лишь соответствующий материал, поскольку «в этом возрасте они переходят к высшим уровням абстрактного мышления, способны осознанно овладевать логическими операциями… В ранней юности происходит прогрессивное развитие теоретического мышления (старшеклассники проявляют логическое мышление, способность заниматься теоретическими рассуждениями и самоанализом)» [12, с. 169—171]. Поэтому задача учителя состоит не только в том, чтобы мотивировать учащихся на изучение материала, но и дать возможность каждому ученику найти, обобщить, систематизировать материал по рассматриваемой теме.

В связи с этим считаем, что в разработке методики обучения учащихся решению тригонометрических уравнений следует сделать акцент на содержании обучения, которое в свою очередь будет определять наиболее целесообразные формы обучения, в том числе и условия реализации моделей смешанного обучения.

Тригонометрия — достаточно сложный раздел для учащихся. У многих учеников иногда складывается ложное представление о бесконечности тригонометрических формул, преобразований, методов решений тригонометрических уравнений. Как отмечает А. Г. Мордкович, «типичная ошибка начинающих (да и не только начинающих) учителей — стремление к чересчур подробной детализации приемов и методов решения уравнений того или иного вида. В результате у учащихся складывается впечатление, что есть 10 способов решения логарифмических уравнений, 10 способов решения иррациональных уравнений, 10 способов решения тригонометрических уравнений и т. д.» [18, с. 168]. Сказанное нередко подкрепляется и тем, что учитель не уделяет достаточно внимания обобщениям и систематизации. Поэтому в научно-методической литературе описываются *различные методические рекомендации* по обучению школьников решению тригонометрических уравнений, подразумевающие обращение к использованию листов опорных сигналов в виде опорных схем [6], алгоритм выбора метода решения тригонометрических уравнений, оформленного в виде блок-схемы [19].

Идеи, наиболее близкие нашим представлениям об обучении решению тригонометрических уравнений, высказываются в статье М. В. Ладошкина и Н. В. Ходыревой «Обучение решению тригонометрических уравнений при подготовке к единому государственному экзамену» [16]. Авторы отмечают необходимость выделения и формирования базовых знаний и умений, уделяют внимание классификации уравнений, основанной на методах их решения.

Реализуя «теоретико-математическую направленность» при обучении школьников решению тригонометрических уравнений, следует установить определенный порядок их изучения.

Мы, в свою очередь, предлагаем *альтернативную классификацию, основанную на видах тригонометрических уравнений*. Такой подход к классификации позволит найти ответ на вопрос о том, каким образом следует обучать решению тригонометрических уравнений (что и является основной проблемой данной статьи).

Реализуя «теоретико-математическую направленность» при обучении школьников решению тригонометрических уравнений [14, с. 48], следует установить определенный порядок их изучения. Как свидетельствуют наши предыдущие исследования, при *алгоритмическом подходе* методика обучения решению тригонометрических уравнений должна включать следующие этапы: «1) дать определение тригонометрическому уравнению; 2) определить основные виды уравнений и методы их решения; 3) рассмотреть методы решения более сложных уравнений», то есть тех уравнений, которые не будут включаться в основные виды, выделенные ранее [15, с. 81].

На наш взгляд, следует различать три основные группы тригонометрических уравнений. Это деление основано на их видах, соответственно, упорядочиваются и методы решения.

1-я группа — простейшие тригонометрические уравнения.

Методика обучения решению простейших тригонометрических уравнений и приводимых к ним достаточно широко представлена в школьных учебниках математики. Краткое изложение различных подходов можно найти в статье «Методические подходы к обучению учащихся 10 класса решению простейших тригонометрических уравнений» авторов А. Е. Деревянко, А. Ю. Дрок, В. П. Кузнецовой [10]. Следует отметить объективно возникающую трудность при обучении решению тригонометрических уравнений, поскольку «учащиеся впервые имеют дело с бесконечным множеством корней уравнений» [8, с. 41]. Поэтому должна быть организована соответствующая работа по осознанному получению и запоминанию формул для записи решений.

В условиях смешанного обучения актуальными становятся его разные модели. Основная цель здесь — безошибочное решение простейших тригонометрических уравнений, что и определяет критерии выбора модели смешанного обучения, поскольку учащиеся должны научиться решать простейшие тригонометрические уравнения на уровне навыка *. В этом случае возможно использование модели смешанного обучения «Смена рабочих зон», так как ее оптимальная схема включает онлайн-работу, групповую работу и работу с преподавателем [9].

Рассмотрим реализацию представленной модели на примере обучения школьников решению тригонометрических уравнений 1-й группы, при этом зона онлайн-работы предполагает *отработку навыка* решения простейших тригонометрических уравнений посредством самостоятельной индивидуальной работы учащихся. Этого можно достичь с помощью доступных интернет-ресурсов (например, на широко известном ресурсе «Решу ЕГЭ» предлагаются сами задания и пояснения к решению).

Считаем весьма продуктивной работу, когда учащиеся пробуют решать простейшие уравнения с помощью различных онлайн-калькуляторов и сервисов. Это объясняется тем, что форма ответа, ход решения и/или его описание в различных программах часто отличаются между собой (также решение может отличаться от привычного нам), поэтому сравнение, нахождение общего и различного будет способствовать освоению методов решений тригонометрических уравнений.

Так, решение уравнения $\sin(x - \pi) = \frac{1}{2}$ с помощью онлайн-калькулятора *mathsolution.ru* осуществляется преобразованием уравнения к виду $\sin(x) = -\frac{1}{2}$ и дальнейшим решением относительно переменной (x), а в школьном курсе чаще сразу применяют формулу корней уравнения относительно $(x - \pi)$. В обоих случаях формы записей ответа, также как и ход решения, будут различаться. В связи с этим возникает проблема: с одной стороны, имеется одно и то же уравнение, корни которого должны быть одни и те же независимо от метода решения, с другой стороны, применяемый компьютером метод приводит к иному ответу. Осознание этого факта и желание разрешить обозначенную проблему создает *проблемную ситуацию*. Здесь мы видим преимущества смешанного обучения по сравнению как с традиционным, которое осуществляется без применения информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), так и с электронно-дистанционным. С одной стороны, применение компьютера позволило нам естественным образом обнаружить проблему, с другой — адекватную помощь в разрешении проблемы может оказать лишь человек, учитывающий не только уровень математической подготовки ученика, но и его психоэмоцинальное состояние. В нашем случае решение проблемы с *математической точки зрения* основано на факте использования в электронном решении формулы приведения, с *организационной* — проблема может быть вынесена на групповое обсуждение либо решение показано учителем.

> Считаем весьма продуктивной работу, когда учащиеся пробуют решать простейшие уравнения с помощью различных онлайн-калькуляторов и сервисов.

Зона групповой работы при решении уравнений первой группы предполагает отработку навыка решения простейших тригонометрических уравнений путем:

- ✓ взаимного контроля;
- ✓ объяснения решения одноклассникам;
- ✓ нахождения ошибок в предложенных решениях;
- ✓ сравнения своих решений с решениями других учащихся.

В рассматриваемой зоне могут анализироваться и находить решение задачи,

* Навык, в отличие от умения, предполагает выполнение действия без активного контроля сознания.

ставшие описанием проблемной ситуации при осуществляемой ранее онлайн-работе; «составляться информационная схема (кластер, сводная таблица и т. д.) по изучаемой теме» [11, с. 79], готовиться презентация сообщения с последующим его представлением в зоне работы с учителем.

По нашему замыслу, зона работы с учителем при освоении решения уравнений первой группы предполагает: во-первых, помощь педагога при возможных затруднениях у учащихся; во-вторых, решение более сложных уравнений, которые можно отнести к уравнениям данной группы. Это уравнения, по виду напоминающие простейшие тригонометрические уравнения, однако непосредственное применение известного алгоритма их решения не дает ожидаемого результата.

Приведем несколько примеров таких уравнений:

$$\sin \pi\sqrt{x} = -1,\ \sin x = 2\sin 47^\circ \cdot \sin 44^\circ,\ \sin \frac{\pi x^2}{1+x^2} = 1,$$
$$\sin^2 2^{\sqrt{-x}} = \frac{1}{2},\ \frac{\operatorname{tg} x-1}{\operatorname{tg} x+1} = 1$$

Решение этих уравнений с методическими комментариями представлено в пособии В. А. Далингера [4]. Отметим, что, по нашему мнению, их следует рассматривать с учащимися, изучающими математику на углубленном уровне. При решении данных уравнений эффективным приемом является использование примеров и образцов, представленных в групповой или онлайн-работе. Так, ученик, получая задачу и ее готовое решение, должен разобрать его самостоятельно. «Решение может быть дополнено советами, комментариями трудных или “опасных” моментов, другими способами решения и т. п. Когнитивная нагрузка в данном случае получает управляющий импульс и осуществляется в заданном направлении. Важным условием является выход на стратегию, которую можно будет применить в дальнейшем при решении широкого круга задач» [17, с. 45].

В условиях смешанного обучения целесообразно использовать модель, когда учащиеся самостоятельно изучают теорию с помощью электронных образовательных ресурсов, а затем на аудиторных занятиях уточняют изученное и выполняют практические задания.

2-я группа — уравнения специальных видов.

Если к 1-й группе нами были отнесены простейшие тригонометрические уравнения, то логично, что остальные уравнения следует либо отнести к другой группе, либо делить на несколько групп. На наш взгляд, определяя структуру уравнения, следует выделить особые *четыре вида тригонометрических уравнений*, которые и будут представлять вторую группу. Здесь учащиеся должны освоить теорию по решению данных видов уравнений и научиться применять ее на практике. Соответственно, в условиях смешанного обучения целесообразно использовать модель, когда учащиеся самостоятельно изучают теорию с помощью электронных образовательных ресурсов, а затем на аудиторных занятиях уточняют изученное и выполняют практические задания по решению уравнений определенных видов.

Таким образом, выбор модели смешанного обучения определяется тем, что ученики должны иметь возможность в индивидуальном темпе ознакомиться с видами и методами решения уравнений определенных видов. Затем должна осуществляться рефлексия с возможной коррекцией и необходимым обобщением со стороны учителя. На наш взгляд, здесь целесообразно использовать модель «Перевернутый класс».

Ниже кратко изложен тот теоретический материал, с которым учащиеся должны ознакомиться при изучении уравнений 2-й группы (как уже было отмечено, это четыре вида уравнений).

1. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к рациональным заменой $\sin x = t$ или $\cos x = t$ (наиболее распространены уравнения, сводящиеся к квадратным).

2. Однородные тригонометрические уравнения — это часто встречаемые уравнения первой ($a \sin x + b \cos x = 0$) и второй ($a \sin^2 x + b \sin x \cdot \cos x + c \cos^2 x = 0$) степеней. Обычно однородные уравнения решают сначала делением на какое-либо слагаемое, затем такое трансцендентное уравнение с помощью подстановки приводится к уравнению алгебраическому рациональному (рационализируется). При использовании данного метода необходимо следить за равносильностью преобразований при решении неполных однородных тригонометрических уравнений, что связано с возможным нарушением равносильности при делении на выражение, содержащее неизвестное. При решении неполного однородного тригонометрического уравнения самый удобный и безопасный с точки зрения равносильности преобразований метод — вынесение общего множителя за скобки.

3. Уравнения вида $a \sin x + b \cos x = c$.

На наш взгляд, это одно из ключевых уравнений как для данной группы, так и для тригонометрических уравнений в целом. Это связано с тем, что при решении таких уравнений используются как общие методы и приемы решения, так и специальные, применяемые лишь для решения тригонометрических уравнений и основанные на преобразованиях тригонометрических выражений.

Уравнения данного вида решаются разными методами. Мы выделяем три наиболее распространенных: «1) сведение к однородному уравнению, 2) введение вспомогательного аргумента, 3) решение уравнения с помощью универсальной тригонометрической подстановки» [15, с. 82—83].

Заметим, что при использовании различных методов решения одного и того же уравнения вида $a \sin x + b \cos x = c$ ответы могут значительно отличаться по форме, хотя их численные значения будут совпадать, что подробно рассматривается в статье В. А. Далингера [5] на примере решения уравнения $\sin x - 2\cos x = 1 - \sqrt{3}$.

Отметим также и то, что существуют другие методы решения уравнений рассматриваемого вида. Так, авторы Г. М. Гузаиров, Н. А. Мунасыпов, А. Д. Сафарова, М. И. Черемисина обсуждают возможность использования двойной подстановки $\cos t = x$, $\sin t = y$ при решении уравнений вида $F(\cos t, \sin t) = 0$, в частности при решении уравнений вида $a \sin x + b \cos x = c$ [7].

Заметим, что при использовании различных методов решения одного и того же уравнения вида $a \sin x + b \cos x = c$ ответы могут значительно отличаться по форме, хотя их численные значения будут совпадать.

В статье «Один из подходов к решению тригонометрических уравнений с использованием комплексных чисел в математическом образовании» авторы разбирают вывод формулы для корней уравнения вида $a \sin x + b \cos x = c$ посредством применения теории комплексных чисел [1]. Однако, как отмечают сами авторы указанных статей, данный материал предназначен для углубленного изучения математики.

4. Уравнения вида $a(\sin x \pm \cos x) + b \sin 2x + c = 0$ — это обособленный вид тригонометрических уравнений, решение которых основано на свойствах преобразований тригонометрических выражений. С помощью подстановки $\sin x \pm \cos x = t$ данное трансцендентное тригонометрическое уравнение приводится к алгебраическому рациональному уравнению $a \cdot t \pm b(t^2 - 1) + c = 0$.

Примеры решений уравнений представленных четырех видов приводятся нами в статье «Алгоритмический подход к обучению школьников решению тригонометрических уравнений» [15]. Это типовые уравнения, алгоритмы решения которых учащиеся должны понимать и уметь применять в стандартных случаях. Как уже отмечалось выше, после самостоятельного изучения теоретического материала обязательно следует его практическое осмысление на уроке. Подробный перечень вопросов, которые в этом случае необходимо обсудить на уроке, можно найти в монографии «Дидактико-методические основы смешанного обучения математике в школе» [11].Также следует указать, что после обсуждения этих вопросов учащиеся должны:

✓ иметь представление о делении тригонометрических уравнений на виды;

✓ понимать основания такого деления;

✓ знать о методах решения уравнений определенных видов.

С практической точки зрения интересен тот факт, что представленные методы решения есть (и используются) в школьных учебниках и учебно-методической литературе, но так как они описываются разобщено, вне системы, то школьники испытывают трудности при их усвоении, поскольку известно, что усваивается лучше только обобщенный и систематизированный материал. Нам удалось упорядочить данные методы вокруг решения уравнения определенного вида. Сейчас это кажется очевидным, однако создать такую структуру помогла многолетняя практика обучения математике.

3-я группа — уравнения, которые не относятся ни к первой, ни ко второй группе.

С методической точки зрения такое деление оказалось оправданным. Уравнения этой группы весьма разнообразны [2; 4]. Все преобразования, выполняемые над уравнениями 3-й группы, можно разделить на «общие, применяемые для всех видов уравнений и неравенств, и специальные, основанные на свойствах [тригонометрических] функций» [13, с. 72] и преобразованиях тригонометрических выражений. Уравнения, решаемые с помощью общих алгебраических и логических преобразований, можно использовать также при выработке навыка решения простейших тригонометрических уравнений. Уравнения, решаемые с помощью частных преобразований, целесообразно решать по мере изучения соответствующих формул и освоения методов решения уравнений 2-й группы. Здесь, как отмечает П. Я. Гальперин, при выборе задач можно руководствоваться принципом «непрерывного противопоставления разных видов [задач] и поддержания высокого уровня напряжения ориентировочной деятельности субъекта [учащегося]» [3, с. 189].

Для решения тригонометрических уравнений школьного курса математики достаточно иметь целостное представление о структуре этих уравнений и методах решения некоторых из них.

Идеи в поддержку смешанного обучения, изложенные в данной статье, нашли отражение в обучающем тесте, представленном в рамках дистанционного курса «Уравнения и неравенства» на образовательном портале «Школа» Омского государственного педагогического университета (*https://school.omgpu.ru*).

Обобщая все вышесказанное, следует отметить, что для решения тригонометрических уравнений школьного курса математики достаточно иметь целостное представление о структуре этих уравнений и методах решения некоторых из них. Если в школьных учебниках математики и научно-методической литературе [2; 4; 18] классификация тригонометрических уравнений базируется на методах их решения, то в нашем исследовании мы создали классификацию, основанную на их видах. Это дало возможность:

✓ обобщить и систематизировать методы решения тригонометрических уравнений;

✓ описать базовые знания и уровни овладения методами решения различных видов уравнений;

✓ сопоставить различные виды уравнений и соответствующие модели смешанного обучения.

Считаем, что все вышесказанное свидетельствует о теоретической значимости исследования.

В заключение на основании изложенного в статье сформулируем ряд рекомендаций.

1. Учащиеся должны уметь решать простейшие тригонометрические уравне-

ния первой группы, причем это должно формироваться на уровне навыка, то есть действия без активного контроля сознания. Наиболее подходящими здесь являются модели смешанного обучения «Ротация», «Автономная группа», «Смена рабочих зон», представленные на схеме.

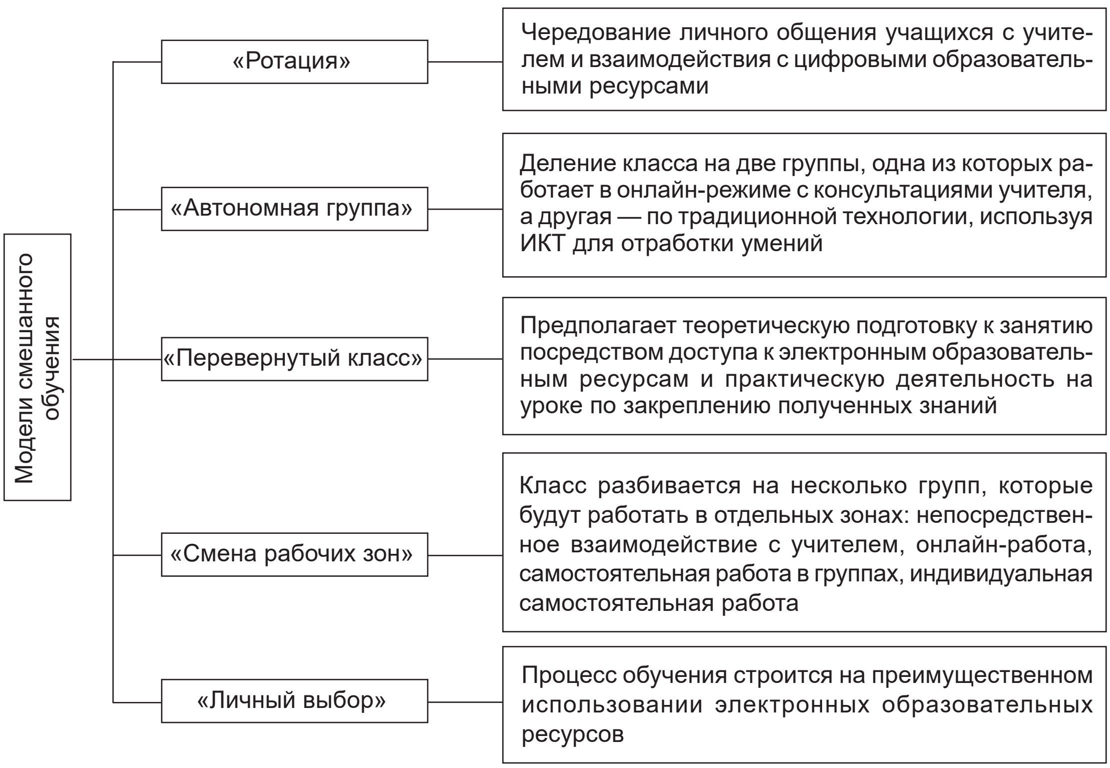
2. Уравнения определенных видов, отнесенные нами ко второй группе, учащиеся должны решать на уровне умения, то есть выполнять действия при активном управлении сознанием. В этом случае наиболее подходящими моделями смешанного обучения будут «Перевернутый класс», «Автономная группа».

3. Уравнения, отнесенные нами к третьей группе, многофункциональны, поэтому говорить о приоритетах в моделях смешанного обучения вне контекста решаемых учебных задач нецелесообразно.

4. Необходимо реализовывать внутрипредметные связи; должна быть «направленность на установление связей с остальным содержанием курса математики» [14, с. 48]. Наиболее полно здесь прослеживается связь с функциями, описание которых показывает схема «функция — уравнения — преобразования» [18, с. 192]. Здесь самой подходящей моделью смешанного обучения является «Личный выбор».

5. На основе частных решений у обучающихся следует формировать «обобщенный метод решения уравнений» [13, с. 80]. Это связано с тем, что в процессе решения уравнений учащимся приходится обобщать и систематизировать используемые методы, а выбор модели смешанного обучения во многом зависит от уровня математической подготовки учащихся.

Классификация моделей смешанного обучения (НП «Телешкола»)



Определяя практическую значимость исследования, отметим, что представленный подход может быть реализован в практике обучения школьников в рамках примерной основной образовательной программы среднего общего образования и по всем действующим учебникам. Перспективным направлением исследования может стать изучение проблемы реализации моделей смешанного обучения в процессе преподавания темы, посвященной как уравнениям и неравенствам в целом, так и показательным и логарифмическим уравнениям и неравенствам в частности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Андреев, И.* Один из подходов к решению тригонометрических уравнений с использованием комплексных чисел в математическом образовании = One approach for solving trigonom etricequations using complex in the mathematical education : [на английском языке] / I. Andreev, M. Varbanova, I. Georgiev. — DOI: 10.18421/TEM84-34 // TEM Journal: Technology, Education, Management, Informatics. — 2019. — Volume 8. — № 4. — P. 1339—1344.

2. *Бородуля, И. Т.* Тригонометрические уравнения и неравенства : книга для учителя / И. Т. Бородуля. — Москва : Просвещение, 1989. — 239 с.

3. *Гальперин, П. Я.* Лекции по психологии : учебное пособие для студентов вузов / П. Я. Гальперин. — Москва : Книжный дом «Университет» : Высшая школа, 2002. — 400 с. — ISBN 5-8013-0161-5.

4. *Далингер, В. А.* Математика: тригонометрические уравнения и неравенства: учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е издание, исправленное и дополненное. — Москва : Юрайт, 2021. — 136 с. — ISBN 978-5-534-08453-5.

5. *Далингер, В. А.* Размышления по поводу одной задачи ЕГЭ по математике / В. А. Далингер // Математика в школе. — 2007. — № 9. — С. 34—37.

6. *Данилова, Н. А.* Обучение учащихся решению тригонометрических уравнений посредством опорных схем / Н. А. Данилова, Р. Р. Даирова, А. А. Козева // Образование и педагогические науки в XXI веке: актуальные вопросы, достижения и инновации : сборник статей II Международной научно-практической конференции (Пенза, 20 ноября 2017 г.). В 2 частях. Часть 1. — Пенза : Наука и Просвещение, 2017. — С. 101—105.

7. Двойная подстановка в тригонометрических уравнениях / Г. М. Гузаиров, Н. А. Мунасыпов, А. Д. Сафарова, М. И. Черемисина. — DOI 10.24411/1991-5497-2020-00544 // Мир науки, культуры, образования. — 2020. — № 3 (82). — С. 283—285.

8. *Дворянинов, С. В.* О традициях, пережитках и недомолвках в школьной математике / С. В. Дворянинов // Математика в школе. — 2013. — № 5. — С. 41—46.

9. *Дербуш, М. В.* Реализация модели «смена рабочих зон» при обучении геометрии учащихся основной школы / М. В. Дербуш // Горизонты образования : материалы II Международной научно-практической конференции (Омск, 22—23 апреля 2021 г.) / ответственный редактор Н. В. Чекалева. — Омск : ОмГПУ, 2021. — С. 390—392.

10. *Деревянко, А. Е.* Методические подходы к обучению учащихся 10 класса решению простейших тригонометрических уравнений / А. Е. Деревянко, А. Ю. Дрок, В. П. Кузнецова // Актуальные проблемы современного образования. — 2021. — № 2 (31). — С. 296—303.

11. Дидактико-методические основы смешанного обучения математике в школе / В. А. Далингер, М. В. Дербуш, Р. Ю. Костюченко [и др.]. — Омск : ОмГПУ, 2021. — 244 с. — ISBN 978-5-8268-2316-3.

12. *Евстафьева, С. В.* Особенности развития мышления в старшем подростковом и раннем юношеском возрасте / С. В. Евстафьева // Психология когнитивных процессов. — 2020. — № 9. — С. 166—177.

13. *Епишева, О. Б.* Специальная методика обучения арифметике, алгебре и началам анализа в средней школе. Курс лекций : учебное пособие для вузов / О. Б. Епишева. — Тобольск : ТГПИ им. Д. И. Менделеева, 2000. — 126 с

14. *Капкаева, Л. С.* Теория и методика обучения математике: частная методика : учебное пособие для вузов. В 2 частях. Часть 1 / Л. С. Капкаева. — 2-е издание, исправленное и дополненное. — Москва : Юрайт, 2022. — 264 с. — ISBN 978-5-534-04940-4.

15. *Костюченко, Р. Ю.* Алгоритмический подход к обучению школьников решению тригонометрических уравнений / Р. Ю. Костюченко. — DOI: 10.15863/TAS.2015.08.28.13 // Theoretical & Applied Science. — 2015. — № 8 (28). — С. 80—85.

16. *Ладошкин, М. В.* Обучение решению тригонометрических уравнений при подготовке к единому государственному экзамену / М. В. Ладошкин, Н. В. Ходырева // Учебный эксперимент в образовании. — 2017. — № 4 (84). — С. 34—41.

17. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2018 года по математике / И. В. Ященко, Л. О. Рослова, А. В. Семенов, И. Р. Высоцкий // Педагогические измерения. — 2018. — № 3. — С. 35—49.

18. *Мордкович, А. Г.* Беседы с учителями математики : учебно-методическое пособие / А. Г. Мордкович. — Москва : ОНИКС 21 век, 2005. — 336 с. — ISBN 5-329-01094-2.

19. *Рожкова, О. В.* Алгоритм выбора метода решения тригонометрического уравнения / О. В. Рожкова // Грани познания. — 2021. — № 3 (74). — С. 20—27.

20. «Точка кипения»: смешанное обучение — технология XXI века : методические указания / авторы-составители : Т. В. Яковенко, Е. Г. Скобельцына ; ответственный редактор Л. Н. Нугуманова. — Казань : ИРО Республики Татарстан, 2019. — 72 с.